

试卷代号: 2033

座位号

中央广播电视大学 2004—2005 学年度第一学期“开放专科”期末考试

小学教育专业 高等数学(B)(1) 试题

2005 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	六	总分
分数							

得分	评卷人

一、概念题(每题 5 分,共 20 分)

1. 定积分——

(2033 号)高等数学(B)(1)试题第 1 页(共 8 页)

2. 邻域——

3. 数列极限——

4. 定义域——

得分	评卷人

二、填空题(每题 2 分,共 30 分)

1. 可导的函数是连续的,但连续函数_____。
2. 在数学中必须考虑的运算有两类:_____与_____。
3. 微分学的基本问题是_____。
它的数学模型是_____，它的物理原型是_____。
它的基本运算是_____，它的几何原型是_____。
4. 数与形是_____的,属于_____的范围。研究大小与形状是如何改变的,这就产生了_____。它的延伸是_____等。
5. 满足不等式 $-2 \leq \frac{1}{x} < -1$ 的数 x 用区间可表示为_____。

(2033 号)高等数学(B)(1)试题第 2 页(共 8 页)

得分	评卷人

四、计算题(每题 5 分,共 20 分)

1. 计算 $\int (4x^2 + 3x + 5)dx$

得分	评卷人

三、简答题(每题 5 分,共 10 分)

1. $x < 10$ 就是 $|x| < 10$, 这样理解对不对?

2. 求 $y = (x^2 + e^x)^2$ 的导数

2. 若函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内存在原函数, 有多少个原函数? 原函数之间有什么关系?

3. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1}$

4. 求函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \ln(2-x)$ 的定义域

得分	评卷人
----	-----

五、应用题(10分)

在半径为 1cm 的金属球表面上镀一层厚度为 0.01cm 的铜,估计要用多少克的铜? (铜的密度为 8.9 g/cm³)

得 分	评卷人

六、证明题(10分)

当 $|x|$ 很小时, $\sin x \approx x$ 成立.

试题答案及评分标准

(供参考)

2005 年 1 月

一、概念题(每题 5 分,共 20 分)

1. 积分——设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续,有分点把区间 $[a, b]$ 分为 n 个小区间,其长度为 $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$,在每个小区间 $[x_i, x_{i+1}]$ 上任取一点 ξ_i ,并作函数值 $f(\xi_i)$ 与小区间长度 Δx_i 的乘积 $f(\xi_i)\Delta x_i$,求出它们的部分和

$$S_n = \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i)\Delta x_i$$

记 $\lambda = \max_{0 \leq i \leq n-1} \Delta x_i$,当 $\lambda \rightarrow 0$ 时,若部分和 S_n 有极限 S 并且值 S 与区间 $[a, b]$ 的分法无关,与中间值 ξ_i 的取法无关,则称此极限值 S 为 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的定积分,记作 $\int_a^b f(x)dx$.

2. 邻域——设 a 与 δ 是两个实数,且 $\delta > 0$,满足不等式 $|x-a| < \delta$ 的实数 x 的全体称为点 x 的 δ 邻域.

3. 数列极限——对于数列 x_n ,如果当 n 无限增大时, x_n 无限地趋于一个常数 A ,则称当 n 趋于无穷大时,数列 x_n 以 A 为极限,记作 $\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = A$.

4. 定义域——使 $f(x)$ 有意义的一切实数 x 的全体称为函数的定义域.

二、填空题(每题 2 分,共 30 分)

1. 不一定可导
2. 正运算 逆运算
3. 求非均匀变化量的变化率问题 $\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ $v(t) = S'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$

$f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ 求导运算和求微分运算

4. 静态的 常量数学 微积分 无穷级数 微分方程 微分几何

(2033 号)高等数学(B)(1)答案第 1 页(共 2 页)

5. $(-1, -\frac{1}{2}]$

三、简答题(每题 5 分,共 10 分)

1. 答:不对! $|x| < 10$ 表示 $-10 < x < 10$.
2. 答:有无穷多个原函数,它们之间相差某一常数.

四、计算题(每题 5 分,共 20 分)

1. 解: $\int (4x^2 + 3x + 5)dx = \frac{4}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + 5x + c$ 5 分
2. 解: $y' = (x^2 + e^x)'$ 1 分
 $= 2(x^2 + e^x) (x^2 + e^x)'$ 2 分
 $= 2(x^2 + e^x) (2x + e^x)$ 2 分

3. 解: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - x - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x+1)(x-1)}{x-1} = 3$ 2 分
4. 解: $\begin{cases} x-1 > 0 & (1) \\ 2-x > 0 & (2) \end{cases}$ 2 分

由(1)得 $x > 1$,由(2)得 $x < 2$,故函数的定义域为 $1 < x < 2$ 3 分

五、应用题(10 分)

解:镀层的体积为两个同心球体的体积之差,因此也就是球体体积 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ 在 $R_0 = 1$ 处

当 R 取得增量 $\Delta R = 0.01$ 时的增量 ΔV ,根据公式 $\Delta y \approx dy$ 4 分

$\Delta V \approx dV = V'(R_0)\Delta R$ 2 分

代入数据,有 $\Delta V = 4\pi R_0^2 \Delta R = 4 \times 3.14 \times 1^2 \times 0.01 = 0.13(\text{cm}^3)$

故要用的铜为 $0.13 \times 8.9 = 1.16(\text{g})$ 4 分

六、证明题(10 分)

证:根据 $f(x) \approx f(x_0) + f'(x_0)(x-x_0)$ 4 分
 已知 $y = f(x) = \sin x, x_0 = 0$ 则有 $f(0) = 0, f'(0) = 1$ 4 分
 $\sin x \approx x$ 2 分

(2033 号)高等数学(B)(1)答案第 2 页(共 2 页)