学号
姓名
分校(工作站)

密封线内不要答题

试卷代号:2133　　　　座位号

中央广播电视大学2004—2005学年度第一学期“开放专科”期末考试

电子信技专业　高等数学(2)　试题

2005年1月

题号	一	二	三	四	五	六	七	总分
分数								

得分	评卷人

一、填空题(每小题3分,共15分)

1. 平面 $3x+y=2z$ 的法向量为________.

2. 两向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 平行的充分必要条件是________.

3. 若 $z=e^{x^2+y^2}$,则 $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,1)}=$________.

4. 设 $z=f(e^{-x}+e^{-y})$ 且 $f(u)$ 可微,则 $e^{-y}\frac{\partial z}{\partial x}-e^{-x}\frac{\partial z}{\partial y}=$________.

5. 设 $f(x)$ 是周期为 2π 的奇函数,则 $f(x)$ 展成傅氏级数后,其傅氏系数 $b_n=$________

得分	评卷人

二、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. $3x-2z+6=0$ 的位置关系是(　　)

A. 与 Z 轴平行　　B. 与 Y 轴平行

C. 与 X 轴平行　　D. 与 OXZ 平面平行

2. 直线 $\begin{cases}x+y-z+1=0\\ y+2z+5=0\end{cases}$ 的方向向量为(　　)

A. $(-3,2,-1)$　　B. $(-3,-2,-1)$

C. $(3,-2,-1)$　　D. $(3,2,-1)$

3. 二元函数 $z=\ln(1-x-y)$ 的定义域为(　　)

A. $0<x+y<1$　　B. $0\leqslant x+y<1$

C. $x+y<1$　　D. $x+y\leqslant 1$

4. 函数 $f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$ 在点 $(0,0)$ 处(　　).

A. 连续但偏导不存在　　B. 连续且偏导存在

C. 连续且可微　　D. 不连续且偏导不存在

5. 设区域 D 是单位圆 $x^2+y^2\leqslant 1$ 在第一象限部分,则二重积分 $\iint_D xy\,d\sigma=$(　　).

A. $\int_0^{\sqrt{1-y^2}}dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}}(xy)dy$　　B. $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-y^2}}xy\,dy$

C. $\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^1 r^2\sin 2\theta dr$　　D. $\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{1-y^2}}xy\,dx$

得　分	评卷人

三、(本题 8 分)

求通过点(1,3,−1)和直线$\frac{x-3}{0}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z}{2}$的平面方程.

得　分	评卷人

四、(本题 15 分,第 1 小题 8 分,第 2 小题 7 分)

1. 设 $z=f(\sqrt{x^2+y^2},\frac{x}{y})$,且 f 可微,求$\frac{\partial z}{\partial x}$,$\frac{\partial z}{\partial y}$.

2. 求由方程 $e^{-xy}-2z+e^z=0$ 所确定的隐函数 $z=z(x,y)$的全微分 dz.

密　封　线　内　不　要　答　题

得　分	评卷人

五、(本题共 25 分,其中第 1 小题 8 分,第 2 小题 7 分,第 3 小题 10 分)

1. 计算$\iint\limits_D xy\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 D 是由直线 $x-y=1$, $x=2$ 及 x 轴所围成的区域.

2. 计算$\iint\limits_D \sqrt{x^2+y^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$,其中 D 为圆周 $x^2+y^2=2x$ 所围成的区域.

得 :

3. 计算$\int_l (x+y)\mathrm{d}x+(y-x)\mathrm{d}y$,其中 l 是:

(1)抛物线 $y^2=x$ 从点(1,1)到点(4,2)的一段弧;

(2)从点(1,1)到点(1,2),再到点(4,2)的折线段.

得　分	评卷人

六、(本题 12 分)

求内接于半轴为 a、b、c 的椭球体内最大长方体的体积.

得　分	评卷人

七、(本题 10 分)

设以 2π 为周期的函数 $f(x)$ 在 $(-\pi,\pi)$ 上的表达式为 $f(x)=\begin{cases}0, & -\pi<x<0\\ x, & 0\leqslant x<\pi\end{cases}$，求其傅里叶级数.

试卷代号:2133

中央广播电视大学2004—2005学年度第一学期“开放专科”期末考试

电子信技专业　高等数学(2)　试题答案及评分标准

（供参考）

2005年1月

一、填空题(每小题3分,共15分)

1. (3,1,−2)

2. $a\times b=0$

3. $2e^2$

4. 0

5. $b_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi} f(x)\sin nx\,dx\ (n=1,2,\cdots)$

二、单项选择题(每小题3分,共15分)

1. B　　2. A　　3. C　　4. A　　5. D

三、(本题8分)

解:因为直线在平面上,则直线上的点$M(3,-1,0)$与已知点$M_0(1,3,-1)$连接成为平面上的一个向量$\overrightarrow{M_0M}=2i-4j+k$显然有所求平面的法向量$n\perp\overrightarrow{M_0M}$且$n\perp l$

所以 $n=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -4 & 1 \\ 0 & -1 & 2\end{vmatrix}=-7i-4j-2k$ ………… 5分

于是,所求平面方程为$-7(x-3)-4(y+1)-2z=0$

即 $7x+4y+2z=17$ ………… 8分

四、(本题15分,第1小题8分,第2小题7分)

1. 解:设$u=\sqrt{x^2+y^2}$, $v=\frac{x}{y}$则有

$\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$　$\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

$\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{1}{y}$　$\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{x}{y^2}$ ………… 4分

$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{\partial f}{\partial u}+\frac{1}{y}\frac{\partial f}{\partial v}$

$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\frac{\partial f}{\partial u}-\frac{x}{y^2}\frac{\partial f}{\partial v}$ ………… 8分

2. 解:方程两边对x求偏导数得

$-ye^{-xy}-2z'_x+e^z\cdot z'_x=0$

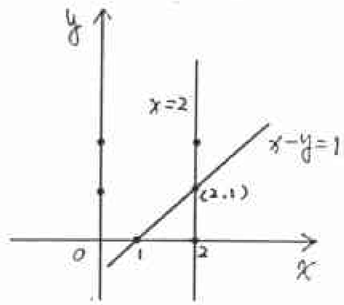
从而 $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{ye^{-xy}}{e^z-2}$　$(e^z-2\neq0)$ ………… 3分

同理 $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{xe^{-xy}}{e^z-2}$ ………… 6分

于是 $dz=\frac{\partial z}{\partial x}dx+\frac{\partial z}{\partial y}dy=\frac{e^{-xy}}{e^z-2}(ydx+xdy)$ ………… 7分

五、(本题25分,其中第1小题8分,第2小题7分,第3小题10分)

1. 解:积分区域D如图.



若先积y后积x则积分区域

$D:1\leqslant x\leqslant 2,\ 0\leqslant y\leqslant x-1$

则有 $\iint_D xy\,dxdy=\int_1^2 dx\int_0^{x-1}xy\,dy$

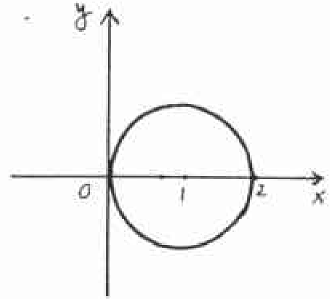
$=\int_1^2\left(\frac{1}{2}xy^2\right)\Big|_0^{x-1}dx$

$=\frac{1}{2}\int_1^2(x^3-2x^2+x)dx$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_1^2$

$=\frac{7}{24}$ ………… 8分

2. 解:积分区域D如图,



利用极坐标计算,则积分区域

$D=\left\{(r,\theta)\,\Big|\,-\frac{\pi}{2}\leqslant\theta\leqslant\frac{\pi}{2},\ 0\leqslant r\leqslant 2\cos\theta\right\}$…3分

于是 $\iint_D\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{2\cos\theta}r\cdot rdr$

$=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{1}{3}r^3\Big|_0^{2\cos\theta}\right)d\theta=\frac{16}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1-\sin^2\theta)d\sin\theta$

$=\frac{16}{3}\left(\sin\theta-\frac{1}{3}\sin^3\theta\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{32}{9}$ ………… 7分

3. 解:(1)将 y 看作参数,则 l 是沿曲线 $x=y^2$ 从(1,1)到(4,2)的一段弧.

故 $\int_l (x+y)dx+(y-x)dy$

$=\int_1^2[(y^2+y)2y+(y-y^2)]dy$

$=\int_1^2(2y^3+y^2+y)dy=(\frac{1}{2}y^4+\frac{1}{3}y^3+\frac{1}{2}y^2)\Big|_1^2=11\frac{1}{3}$ ………… 5 分

(2)直线段 AC 的方程为 $x=1$　　$1\leqslant y\leqslant 2$

直线段 CB 的方程为 $y=2$　　$1\leqslant x\leqslant 4$

所以 $\int_l(x+y)dx+\int(y-x)dy=\int_{AC}+\int_{CB}$

$=\int_1^2(y-1)dy+\int_1^4(x+2)dx=\frac{1}{2}(y-1)^2\Big|_1^2+\frac{1}{2}(x+2)^2\Big|_1^4$

$=14$ ………… 10 分

六、(本题 12 分)

解:设长方体在第一挂限的顶点坐标为(x,y,z),则长方体体积为 $V=8xyz$,且满足条件

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$

作辅助函数 $F(x,y,z,\lambda)=8xyz+\lambda(\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1)$

且 $\begin{cases}\frac{\partial F}{\partial x}=8yz+\frac{2\lambda x}{a^2}=0\\ \frac{\partial F}{\partial y}=8xz+\frac{2\lambda y}{b^2}=0\\ \frac{\partial F}{\partial z}=8xy+\frac{2\lambda z}{c^2}=0\\ \frac{\partial F}{\partial \lambda}=\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}-1=0\end{cases}$

解为 $\frac{x^2}{a^2}=\frac{y^2}{b^2}=\frac{z^2}{c^2}$,　代入条件函数得　$3\frac{z^2}{c^2}=1$

即 $z=\frac{c}{\sqrt{3}}$　$y=\frac{b}{\sqrt{3}}$　$x=\frac{a}{\sqrt{3}}$ ………… 10 分

故椭球内接最大长方体体积为

$V=8xyz=\frac{8abc}{3\sqrt{3}}$ ………… 12 分

七、(本题 10 分)

解:　$a_0=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}xdx=\frac{\pi}{2}$

$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx dx=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}x\cos nx dx$

$=\frac{1}{n\pi}x\sin nx\Big|_0^{\pi}-\frac{1}{n\pi}\int_0^{\pi}\sin nx dx=\frac{1}{n^2\pi}[(-1)^n-1]$　$n=1,2,\cdots$

$b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx dx=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}x\sin nx dx$

$=\frac{1}{n\pi}x(-\cos nx)\Big|_0^{\pi}+\frac{1}{n\pi}\int_0^{\pi}\cos nx dx$

$=\frac{(-1)^{n-1}}{n}$　$n=1,2,\cdots$ ………… 8 分

所以　$f(x)=\frac{\pi}{4}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{n^2\pi}[(-1)^n-1]\cos nx+\frac{(-1)^{n+1}}{n}\sin nx\right]$ ………… 10 分