

试卷代号: 2244

座位号

中央广播电视大学 2004—2005 学年度第一学期“开放专科”期末考试

软件信息专业 软件数学基础 试题
软件网站

2005 年 1 月

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

得分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 $f(x) = \frac{1}{x} + 1$, 则 $f(f(x)) = (\quad)$.
 A. $\frac{x}{1+x}$ B. $\frac{x}{1+x} + 1$
 C. $\frac{1}{1+x} + 1$ D. $\frac{1}{1+x}$
2. 设 A, B 为同阶可逆方阵, 则下列命题正确的是 ().
 A. 若 $AB = E$, 则必有 $A = E$ 或 $B = E$
 B. $(AB)^T = A^T B^T$
 C. $(AB)^{-1} = A^{-1} B^{-1}$
 D. $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$
3. 下列关系中只有 () 是整数集合 Z 上的等价关系.
 A. $R = \{(x, y) \mid x, y \in Z \text{ 且 } x < y = 1\}$
 B. $R = \{(x, y) \mid x, y \in Z \text{ 且 } x > y\}$
 C. $R = \{(x, y) \mid x, y \in Z \text{ 且 } |x| = |y|\}$
 D. $R = \{(x, y) \mid x, y \in Z \text{ 且 } x + y = 0\}$

4. 设 P 表示“我们登山”, Q 表示“我们上课”. 那么命题: “我们既不登山也不上课”可符号化为 ().
 A. $\neg P \wedge \neg Q$ B. $\neg P \vee \neg Q$
 C. $\neg(P \leftrightarrow Q)$ D. $P \wedge Q$

5. 设 $X \sim N(50, 10^2)$, 则随机变量 () $\sim N(0, 1)$.
 A. $\frac{X-50}{10}$ B. $\frac{X-50}{100}$
 C. $\frac{X-100}{50}$ D. $\frac{X-10}{50}$

得分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分, 共 15 分)

6. $\lim_{x \rightarrow 0} (1-2x)^{\frac{1}{x}} = \underline{\hspace{2cm}}$.
7. 若 $\int f(x) dx = \frac{x+1}{x-1} + c$, 则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 设 $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$, 则 $A^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 设 $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{3, 4, 6\}$, $R = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B, \text{ 且 } x \text{ 整除 } y\}$ 是从 A 到 B 的二元关系, 则 R 所包含的有序对为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
10. 若事件 A, B 相互独立, 则 $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$.

得分	评卷人

三、判断题(每小题 2 分, 共 10 分)

11. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续, 则其必在此点处可导. ()
12. 设矩阵 A, B , 若 $AB = O$, 且 $A \neq O$, 则 $B = O$. ()
13. 设 A, B 是两个任意集合. 如果 $A - B = B - A$, 那么 $A = B$. ()
14. 设 $H(x)$ 表示 x 是人, $C(x)$ 表示 x 勇敢. 那么命题“并非每个人都勇敢, 但是有人勇敢”这个命题就可以符号化为: $\neg((\forall x)(H(x) \rightarrow C(x))) \wedge ((\exists x)(H(x) \wedge C(x)))$. ()
15. 如果两个事件 A, B 互为对立事件, 那么 $P(AB) = 0$. ()

18. 计算积分 $\int_0^1 (x-1)e^x dx$.

四、计算题(每小题 7 分, 共 56 分)

得 分	评卷人

16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$

17. 设函数 $y = \ln \sqrt{1-x^2}$, 求 dy .

19. 设矩阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, 求 $(2E-A^T)B$ 和 $(2E-A^T)B$ 的秩.

20. 当 b 为何值时, 线性方程组

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ x_3 + 4x_4 = b \end{cases}$$

有解, 有解时求一般解.

21. 某班共有 70 名学生, 其中已经通过高等数学考试的 46 人, 通过英语考试的有 39

人, 这两门课程考试都通过的有 20 人, 求这两门课程考试都没通过的人数.

22. 设 A, B 是两个随机事件, 已知 $P(A) = 0.6, P(A+B) = 0.84, P(AB) = 0.4$, 计算 $P(B)$.

23. 设随机变量 $X \sim N(0, 4)$, 求 $P(7 < X < 9)$ 和 $P(X > 9)$. (其中 $\Phi(0.5) = 0.6915$, $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9772$)

得 分	评卷人

五、证明题(本题 4 分)

24. 设 A 是 n 阶对称矩阵, 有 n 阶可逆矩阵 B , 且 $B^{-1} = B^T$, 证明 $B^{-1}AB$ 是对称矩阵.

根据已知, $|S|=70$, $|A|=46$, $|B|=39$, $|A \cap B|=20$.

由容斥原理, 至少通过一门考试的学生为:

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B| = 46 + 39 - 20 = 65. \quad (4 \text{分})$$

而这两门课程考试都没有通过的学生为:

$$|A \cup B| = |S| - |A \cup B| = 70 - 65 = 5(\text{人}). \quad (7 \text{分})$$

22. 解 $P(AB) = P(A) - P(\bar{A}B) = 0.6 - 0.4 = 0.2$

$$P(B) = P(A+B) + P(AB) - P(A) = 0.84 + 0.2 - 0.6 = 0.44 \quad (7 \text{分})$$

23. 解

$$P(7 < X < 9) = P\left(\frac{7-8}{2} < \frac{X-8}{2} < \frac{9-8}{2}\right) = 2\Phi(0.5) - 1 = 2 \times 0.6915 - 1 = 0.383.$$

$$P(X > 9) = P\left(\frac{X-8}{2} > \frac{9-8}{2}\right) = 1 - \Phi(0.5) = 1 - 0.6915 = 0.3085. \quad (7 \text{分})$$

五、证明题 (4分)

24. 证 因为 $(B^{-1}AB)^T = B^T A^T (B^{-1})^T = B^{-1}AB$

所以 $B^{-1}AB$ 是对称矩阵. (4分)