密封线内不要答题

试卷代号:1080　　　　座位号

中央广播电视大学 2004—2005 学年度第一学期“开放本科”期末考试

土木工工、水利水电 土木工管、土木工道 专业　工程数学(本)　试题

2005 年 1 月

题　号	一	二	三	四	总　分
分　数					

得　分	评卷人

一、单项选择题(每小题 3 分,共 21 分)

1. 设 A 是 $m\times n$ 矩阵,B 是 $s\times t$ 矩阵,且 $AC'B$ 有意义,则 C 是(　　)矩阵.

A. $n\times s$　　B. $s\times n$

C. $m\times t$　　D. $t\times m$

2. 若 X_1、X_2 是线性方程组 $AX=B$ 的解,而 η_1、η_2 是方程组 $AX=O$ 的解,则(　　)是 $AX=B$ 的解.

A. $\frac{1}{3}X_1+\frac{2}{3}X_2$　　B. $\frac{1}{3}\eta_1+\frac{2}{3}\eta_2$

C. X_1-X_2　　D. X_1+X_2

3. 设矩阵 $A=\begin{bmatrix}3&-1&1\\2&0&1\\1&-1&2\end{bmatrix}$,则 A 的对应于特征值 $\lambda=2$ 的一个特征向量 $\alpha=$(　　).

A. $\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$　　B. $\begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}$

C. $\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}$　　D. $\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}$

4. 下列事件运算关系正确的是(　　).

A. $B=BA+B\overline{A}$　　B. $B=\overline{BA}+\overline{B}A$

C. $B=BA+\overline{B}A$　　D. $B=1-\overline{B}$

5. 若随机变量 $X\sim N(0,1)$,则随机变量 $Y=3X-2\sim$(　　).

A. $N(-2,3)$　　B. $N(-4,3)$

C. $N(-4,3^2)$　　D. $N(-2,3^2)$

6. 设 x_1,x_2,x_3 是来自正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的样本,则(　　)是 μ 的无偏估计.

A. $\frac{2}{5}x_1+\frac{2}{5}x_2+\frac{2}{5}x_3$　　B. $x_1+x_2+x_3$

C. $\frac{1}{5}x_1+\frac{1}{5}x_2+\frac{3}{5}x_3$　　D. $\frac{1}{5}x_1+\frac{1}{5}x_2+\frac{1}{5}x_3$

7. 对给定的正态总体 $N(\mu,\sigma^2)$ 的一个样本 $(x_1,x_2,\cdots,x_n)$,σ^2 未知,求 μ 的置信区间,选用的样本函数服从(　　).

A. χ^2 分布　　B. t 分布

C. 指数分布　　D. 正态分布

得　分	评卷人

二、填空题(每小题 3 分,共 15 分)

1. 设三阶矩阵 A 的行列式 $|A|=\frac{1}{2}$,则 $|A^{-1}|=$________.

2. 若向量组:$\alpha_1=\begin{bmatrix}2\\1\\-2\end{bmatrix}$,$\alpha_2=\begin{bmatrix}0\\3\\1\end{bmatrix}$,$\alpha_3=\begin{bmatrix}0\\0\\k-2\end{bmatrix}$,能构成 R^3 一个基,则数 k________.

3. 设 A,B 互不相容,且 $P(A)>0$,则 $P(B|A)=$________.

4. 若随机变量 $X\sim U[0,2]$,则 $D(X)=$________.

5. 设 $\hat{\theta}$ 是未知参数 θ 的一个估计,且满足 $E(\hat{\theta})=\theta$,则 $\hat{\theta}$ 称为 θ 的________估计.

得 分	评卷人

三、(每小题 10 分,共 60 分)

1. 已知矩阵方程 $X=AX+B$,其中 $A=\begin{bmatrix}0 & 1 & 0\\ -1 & 1 & 1\\ -1 & 0 & 3\end{bmatrix}$,$B=\begin{bmatrix}1 & -1\\ 2 & 0\\ 5 & -3\end{bmatrix}$,求 X.

四、

2. 设向量组 $\alpha_1=(1,-2,4,-1)'$,$\alpha_2=(-4,8,-16,4)'$,$\alpha_3=(-3,1,-5,2)'$,$\alpha_4=(2,3,1,-1)'$,求这个向量组的秩以及它的一个极大线性无关组.

密封线内不要答题

3. 用配方法将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+5x_2^2+3x_3^2+4x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$ 化为标准型，并求出所作的满秩变换．

4. 罐中有 12 颗围棋子，其中 8 颗白子，4 颗黑子，若从中任取 3 颗，求：(1)取到 3 颗棋子中至少有一颗黑子的概率；(2)取到 3 颗棋子颜色相同的概率．

5. 设随机变量 $X \sim N(3,4)$. 求：(1)$P(1<X<7)$；(2)使 $P(X<a)=0.9$ 成立的常数 a.

($\Phi(1,0)=0.8413, \Phi(1.28)=0.9, \Phi(2.0)=0.9973$).

6. 从正态总体 $N(\mu,9)$ 中抽取容量为 64 的样本，计算样本均值得 $\bar{x}=21$，求 μ 的置信度为 95% 的置信区间．(已知 $u_{0.975}=1.96$)

得　分	评卷人

四、证明题(本题 4 分)

设 A 是 n 阶矩阵，若 $A^3=0$，则 $(I-A)^{-1}=I+A+A^2$.

试卷代号：1080

中央广播电视大学 2004—2005 学年度第一学期“开放本科”期末考试

土木工工、水利水电、土木工管、土木工道专业　工程数学（本）

试题答案及评分标准

（供参考）

2005 年 1 月

一、单项选择题（每小题 3 分，共 21 分）

1.B　2.A　3.C　4.A　5.D　6.C　7.B

二、填空题（每小题 3 分，共 15 分）

1. 2

2. $\neq 2$

3. 0

4. $\frac{1}{3}$

5. 无偏

三、（每小题 10 分，共 60 分）

1. 解：因为 $(I-A)X=B$，且

$$(I=A \vdots I)=\begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\1&0&-1&0&1&0\\1&0&-2&0&0&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-1&0&1&0&0\\0&1&-1&-1&1&0\\0&1&-2&-1&0&1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1&0&-1&0&1&0\\0&1&-1&-1&1&0\\0&0&-1&0&-1&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&0&0&0&2&-1\\0&1&0&-1&2&-1\\0&0&1&0&1&-1\end{bmatrix}$$

即　$(I-A)^{-1}=\begin{bmatrix}0&2&-1\\-1&2&-1\\0&1&-1\end{bmatrix}$ ………………………… 6 分

所以 $X=(I-A)^{-1}B=\begin{bmatrix}0&2&-1\\-1&2&-1\\0&1&-1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&-1\\2&0\\5&-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1&3\\-2&4\\-3&3\end{bmatrix}$. ………………… 10 分

2. 解：因为

$$(\alpha_1\ \alpha_2\ \alpha_3\ \alpha_4)=\begin{bmatrix}1&-4&-3&2\\-2&8&1&3\\4&-16&-5&1\\-1&4&2&-1\end{bmatrix}$$

$$\to\begin{bmatrix}1&-4&-3&2\\0&0&-5&7\\0&0&7&-7\\0&0&-1&1\end{bmatrix}\to\begin{bmatrix}1&-4&-3&2\\0&0&-1&1\\0&0&0&2\\0&0&0&0\end{bmatrix}$$ ………………………… 6 分

所以，$r((\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4))=3$. ………………………… 8 分

它的一个极大线性无关组是 $\alpha_1,\alpha_3,\alpha_4$（或 $\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$）. ………………………… 10 分

3. 解：$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+5x_2^2+3x_3^2+4x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$

$=(x_1+2x_2+x_3)^2+x_2^2+2x_3^2-2x_2x_3$

$=(x_1+2x_2+x_3)^2+(x_2-x_3)^2+x_3^2$

令　$y_1=x_1+2x_2+x_3, y_2=x_2-x_3, y_3=x_3$　　（*）

即得　$f(x_1,x_2,x_3)=y_1^2+y_2^2+y_3^2$ ………………………… 6 分

由（*）式解出 x_1,x_2,x_3，即得 $\begin{cases}x_1=y_1-2y_2-3y_3\\x_2=y_2+y_3\\x_3=y_3\end{cases}$

或写成 $\begin{bmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1&-2&-3\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{bmatrix}$ ………………………… 10 分

4. 解：设 A_1=“取到 3 颗棋子中至少有一颗黑子”，A_2=“取到的都是白子”，A_3=“取到的都是黑子”，B=“取到 3 颗棋子颜色相同”，则

(1) $P(A_1)=1-P(\overline{A_1})=1-P(A_2)$

$=1-\frac{C_8^3}{C_{12}^3}=1-0.255=0.745$. ………………………… 5 分

(2) $P(B)=P(A_2+A_3)=P(A_2)+P(A_3)$

$0.255+\frac{C_4^3}{C_{12}^3}=0.255+0.018=0.273.$ ………………………… 10 分

5. 解：(1) $P(1<X<7)=P(\frac{1-3}{2}<\frac{X-3}{2}<\frac{7-3}{2})$

$=P(-1<\frac{X-3}{2}<2)=\Phi(2)-\Phi(-1)$

$=0.9973+0.8413-1=0.8386$ ………………………… 5 分

(2) 因为 $P(X<a)=P(\frac{X-3}{2}<\frac{a-3}{2})=\Phi(\frac{a-3}{2})=0.9$

所以 $\frac{a-3}{2}=1.28$，$a=3+2\times1.28=5.56$ ………………………… 10 分

6. 解：已知 $\sigma=3$，$n=64$，且 $u=\frac{\overline{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim N(0,1)$ ………………………… 2 分

因为 $\overline{x}=21$，$u_{1-\frac{\alpha}{2}}=1.96$，且

$u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=1.96\times\frac{3}{\sqrt{64}}=0.735$ ………………………… 6 分

所以，置信度为 95% 的 μ 的置信区间为：

$[\overline{x}-u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\overline{x}+u_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}]=[20.265,21.735].$ ………………………… 10 分

四、(本题 4 分)

证明：因为 $(I-A)(I+A+A^2)$

$=I+A+A^2-A-A^2-A^3$

$=I-A^3=I$

所以 $(I-A)^{-1}=I+A+A^2$ ………………………… 4 分